

Modellistica ambientale  
a.a. 2009/10  
Introduzione

- Acquisire la capacità di analizzare in modo formale problemi reali e di costruirne modelli
- Acquisire la capacità di usare alcuni strumenti informatici per la modellazione:
  - fogli elettronici
    - Excel
    - OpenOffice Calc
  - applicazioni specifiche per la modellazione :
    - Vensim PLE (<http://www.vensim.com>)
    - Stella - itthink (<http://www.hps-inc.com>)
    - Net-Logo (<http://ccl.northwestern.edu/netlogo/>)

Stat rosa pristina nomine, nomina nuda tenemus

*Umberto Eco, "Il nome della rosa"*



There are more things in heaven and earth, Horatio,  
Than are dreamt of in your philosophy.

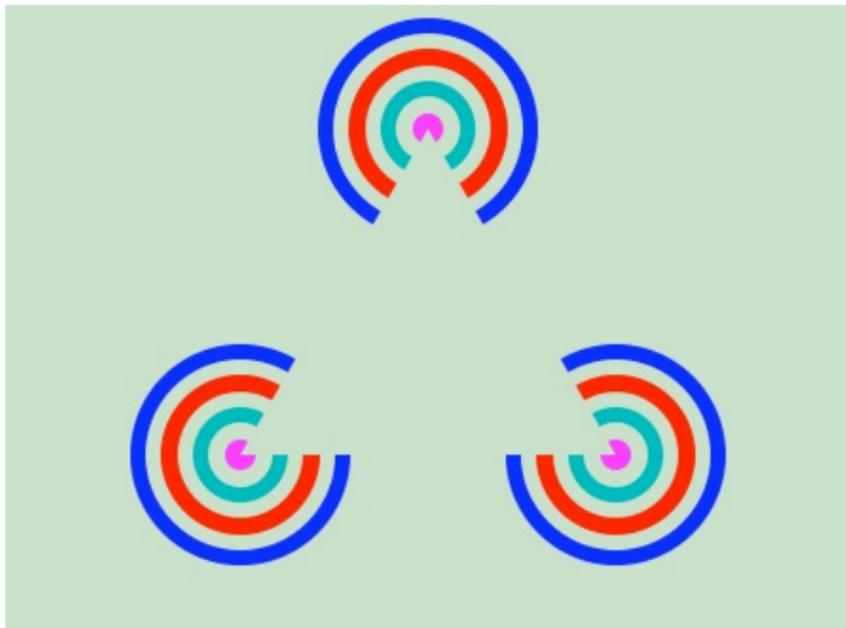
*William Shakespeare, "The Tragedy of Hamlet, Prince of Denmark"*

- I **modelli** sono lo strumento normale con cui interagiamo con la realtà, la conosciamo, anche se non sempre ne siamo coscienti.
- I **modelli** sono **costruzioni concettuali** a vari **livelli di astrazione**, non sono la realtà.
- I **modelli** vengono costruiti **in modo incrementale** .
- I **modelli** svolgono principalmente funzioni **conoscitive**.

Che cosa è?



# E questo?



I **linguaggi** che si usano per rappresentare i modelli sono classificati in base alle seguenti caratteristiche:

- **espressività** : capacità di rappresentare situazioni diverse e complesse
  - metafore
  - linguaggi naturali
- **potenza** : rigore e precisione nella descrizione; efficacia ed utilizzabilità del modello
  - linguaggi formali
  - modelli matematici

I **modelli** che si usano di solito appartengono alle seguenti categorie:

- modelli statici
- modelli dinamici
- I **modelli statici** ci aiutano a comprendere il comportamento di un sistema in condizioni di riposo/equilibrio: ad esempio il calcolo di una struttura, oppure la determinazione del punto di equilibrio fra offerta e domanda in un mercato.
- I **modelli dinamici** ci aiutano a capire come un sistema si evolve nel tempo: ad esempio la crescita di una popolazione, oppure il diffondersi di una epidemia.

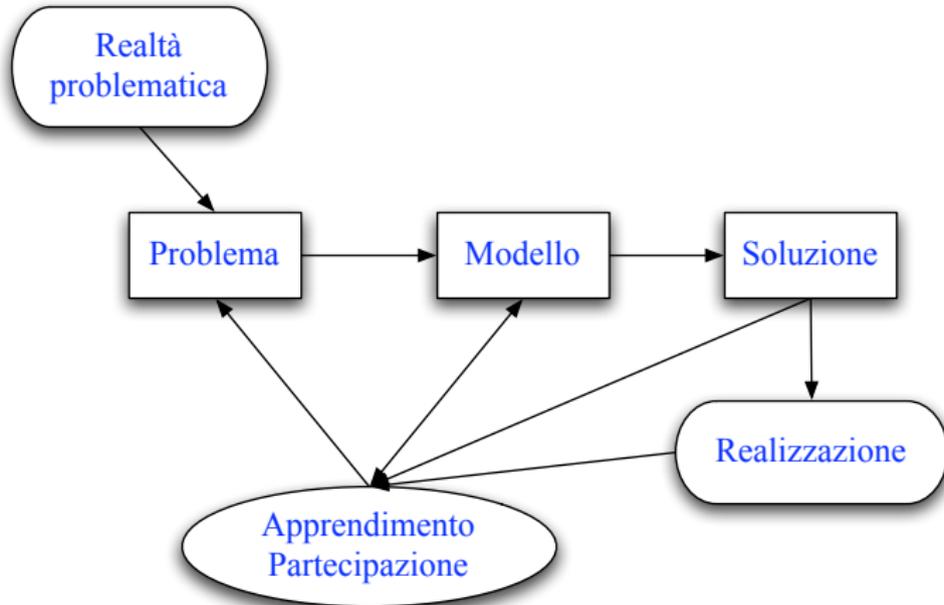
I **modelli** svolgono il duplice ruolo di:

- strumenti di apprendimento;
- strumenti decisionali.

I **modelli**, infatti, rappresentano un modo di diffondere la conoscenza e di far partecipare vari **attori** al processo decisionale. La costruzione di un modello è un processo a due vie: da un lato i nostri modelli mentali e dall'altro la realtà in una continua interazione attraverso un processo di confronto. Inoltre l'apprendimento ha anche una caratteristica partecipatoria: procede attraverso il coinvolgimento di diversi attori.

I **modelli**, inoltre, consentono di analizzare e proporre azioni organizzate per modificare la situazione corrente e produrre la soluzione voluta.

# Processo di decisionale



Non è un processo lineare!

- I modelli che considereremo non sono modelli predittivi, o almeno non è questo il loro principale scopo. Non hanno come obiettivo la previsione accurata di ciò che avverrà nel futuro in un dato sistema, come accade ad esempio per i modelli per le previsioni atmosferiche.
- Si propongono, invece, di essere di aiuto nel prendere decisioni, cioè sono strumenti che servono per individuare linee di azione per risolvere problemi.

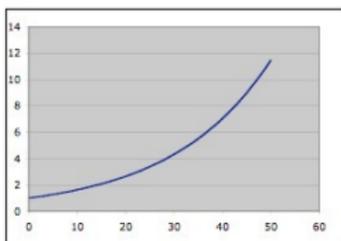
- La “realtà” è vista come un **sistema**, cioè come un **insieme di elementi/parti** fra di loro interconnesse.
- I sistemi che considereremo sono caratterizzati dal fatto che evolvono nel tempo, come effetto di stimoli esterni e della interdipendenza delle loro parti: sono **sistemi dinamici**.

**Confini del Sistema**

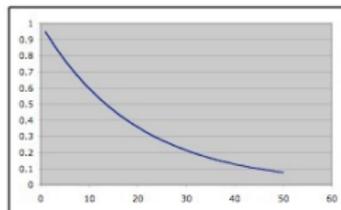
**Realtà esterna**



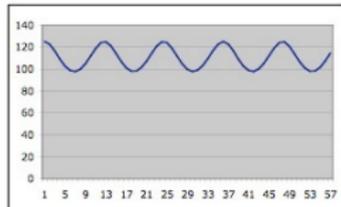
# Andamenti "tipici" delle variabili



Crescita



Decrescita



Oscillazione

- Individuazione delle **variabili chiave** ed analisi del loro andamento (si tratta delle variabili, spesso una sola, da cui è partita la presa di coscienza dell'esistenza di un problema).
- Individuazione degli **elementi più rilevanti** del sistema in esame e delle variabili che li rappresentano, o comunque ad essi associate.
- Individuazione delle **relazioni fra le diverse variabili**, con particolare riferimento a relazioni causali.
- Individuazione delle **principali catene, o anelli, causali**.

Le **variabili** appartengono ad uno dei tipi seguenti:

- livelli o variabili di stato.
- flussi.
- variabili ausiliarie.

# Un semplice esempio: la dinamica di una popolazione

Si voglia studiare la crescita di una popolazione. In questo caso si hanno le seguenti **variabili** :

- livello: popolazione (numerosità);
- flussi: numero di nascite e di morti nell'unità di tempo (ad esempio all'anno);
- variabili ausiliarie: (tasso di nascita e tasso di mortalità).

# Un semplice esempio: la dinamica di una popolazione

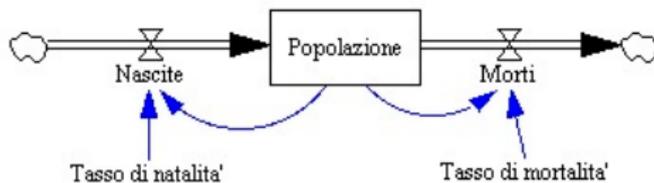
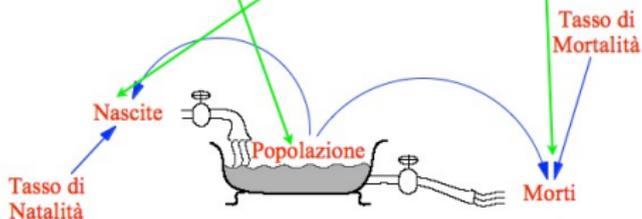
- Popolazione:  $P(t)$
- Tasso di natalità:  $N$
- Tasso di mortalità:  $M$
- Nascite:  $N \times P(t)$
- Morti:  $M \times P(t)$

$$\frac{dP(t)}{dt} = (N - M)P(t)$$

$$P(t + \Delta t) = P(t) + ((N - M)P(t))\Delta t$$

# Un possibile modello

$$P(t + \Delta t) = P(t) + (N \times P(t) - M \times P(t))\Delta t$$



# Come varia la popolazione $P(t)$ nel tempo (1)

$$\frac{dP(t)}{dt} = NP(t) - MP(t) = (N - M)P(t)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} - (N - M)P(t) = 0$$

$$e^{-(N-M)t} \frac{dP(t)}{dt} - (N - M)P(t)e^{-(N-M)t} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(P(t)e^{-(N-M)t}) = 0$$

Quindi  $P(t)e^{-(N-M)t}$  è una costante:

$$P(t)e^{-(N-M)t} = K$$

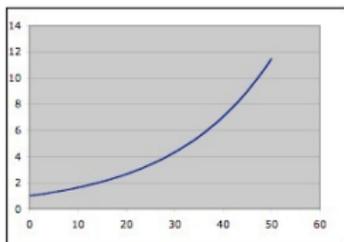
# Come varia la popolazione $P(t)$ nel tempo (2)

Ponendo  $t = 0$  si ha:

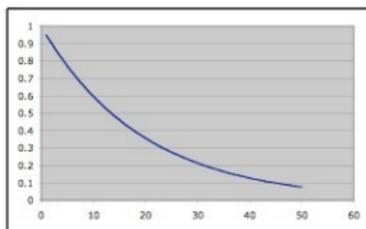
$$P(0) = K$$



$$P(t) = P(0)e^{(N-M)t}$$



$N > M$

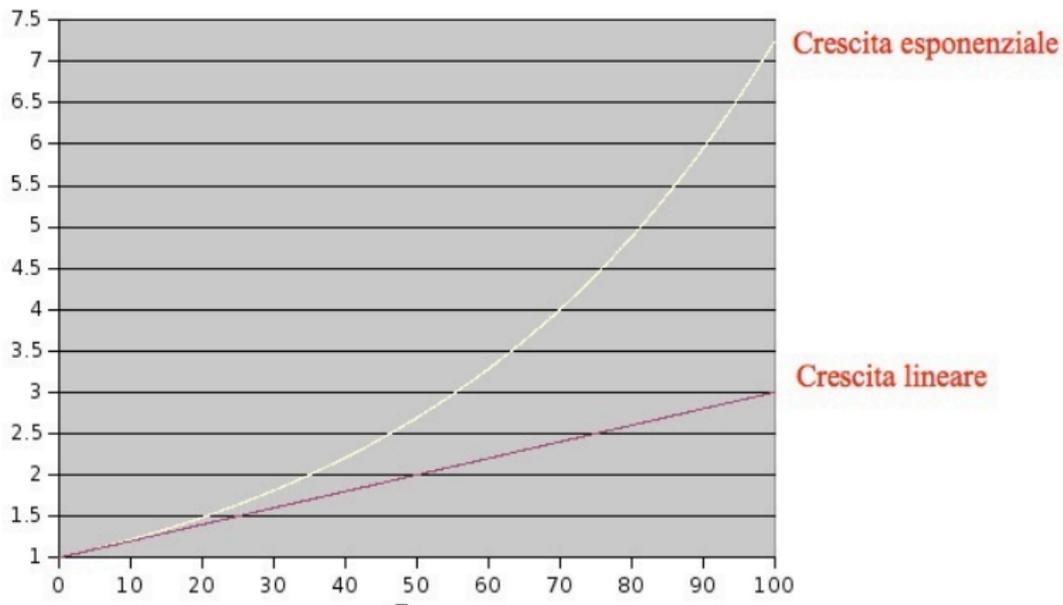


$N < M$

# Crescita esponenziale: i dati

	Crescita lineare (+.02)	Crescita esponenziale tasso del 0.02	
0	1.0000		1.0000
1	1.0200		1.0200
2	1.0400		1.0404
3	1.0600		1.0612
4	1.0800		1.0824
5	1.1000		1.1041
6	1.1200		1.1262
7	1.1400		1.1487
8	1.1600		1.1717
9	1.1800		1.1951
10	1.2000		1.2190

# Crescita esponenziale: andamenti a confronto



Con un tasso di crescita del 2% annuo, si ha un raddoppio ogni 35 anni

# Discretizzazione (1)

$$\frac{dP(t)}{dt} - (N - M)P(t) = 0$$

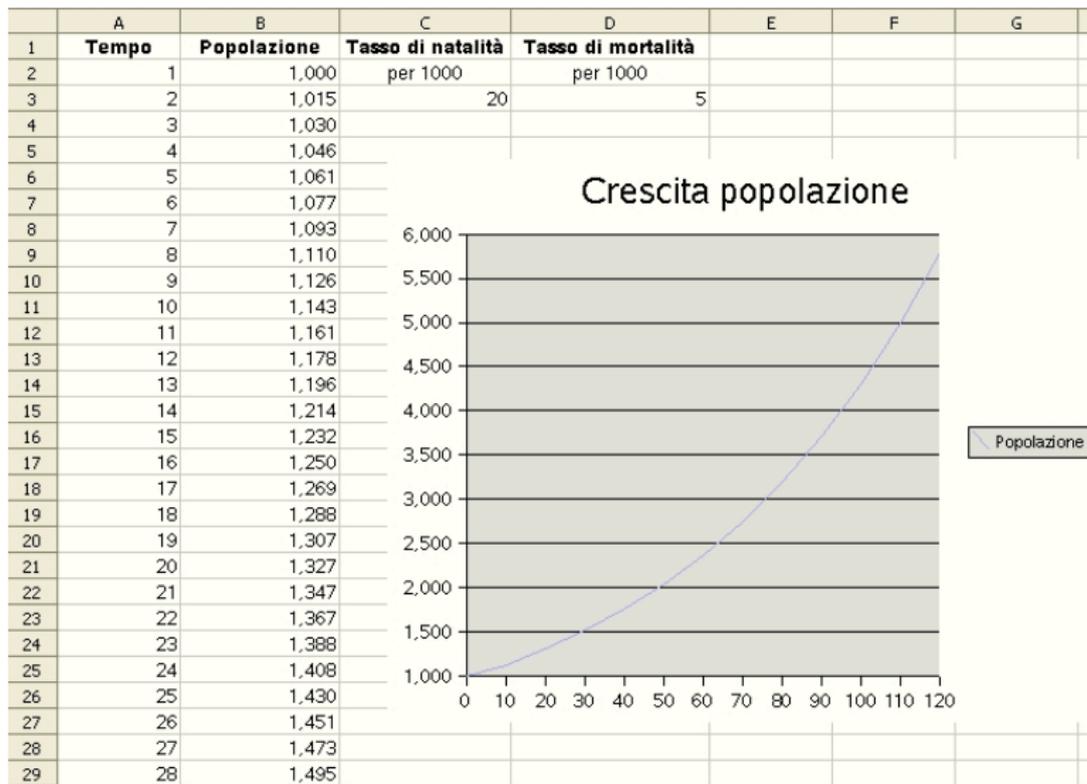


$$\frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t} = (N - M)P(t)$$



$$P(t + \Delta t) = P(t) + (N - M)P(t)\Delta t$$

# Discretizzazione (2)



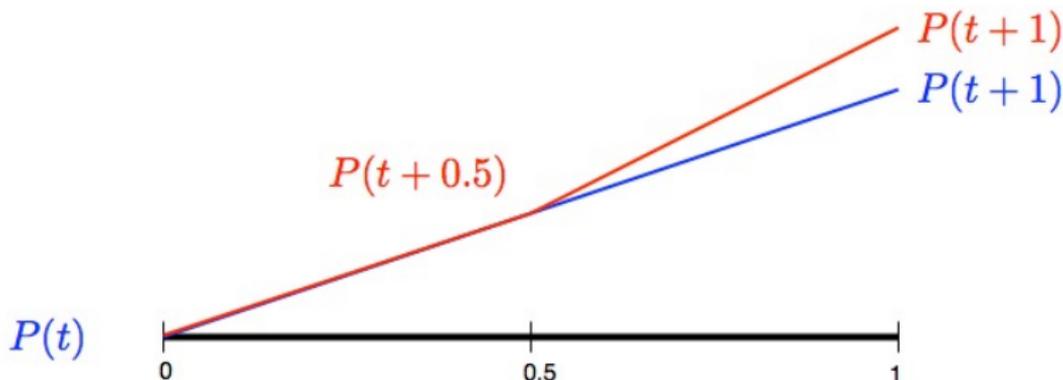
$$B(n+1) = B_n + B_n * (\$C\$3 - \$D\$3) / 1000$$

## Discretizzazione (3)

$$P(t+1) = P(t) + P(t)(N - M) = P(t)(1 + N - M) \quad (\text{se } \Delta t = 1)$$

$$P(t+0.5) = P(t) + P(t)(N - M)0.5 = P(t)(1 + 0.5(N - M))$$

$$P(t+1) = P(t+0.5)(1 + 0.5(N - M)) = P(t)(1 + 0.5(N - M))^2$$



# Una simulazione

	A	B	C	D	E
1	Anni	Pop. (DT=1)	Pop. (DT=0.5)	Natalita'	Mortalita'
2	0	1.000.000	1.000.000		
3	1	1.020.000	1.020.100	0,05	0,03
4	2	1.040.400	1.040.604		
5	3	1.061.208	1.061.520		
6	4	1.082.432	1.082.857		
7	5	1.104.081	1.104.622		
8	6	1.126.162	1.126.825		
9	7	1.148.686	1.149.474		
10	8	1.171.659	1.172.579		
11	9	1.195.093	1.196.147		
12	10	1.218.994	1.220.190		
13	11	1.243.374	1.244.716		
14	12	1.268.242	1.269.735		
15	13	1.293.607	1.295.256		
16	14	1.319.479	1.321.291		
17	15	1.345.868	1.347.849		
18	16	1.372.786	1.374.941		
19	17	1.400.241	1.402.577		
20	18	1.428.246	1.430.769		
21	19	1.456.811	1.459.527		
22	20	1.485.947	1.488.864		
23	21	1.515.666	1.518.790		
24	22	1.545.980	1.549.318		
25	23	1.576.899	1.580.459		
26	24	1.608.437	1.612.226		