

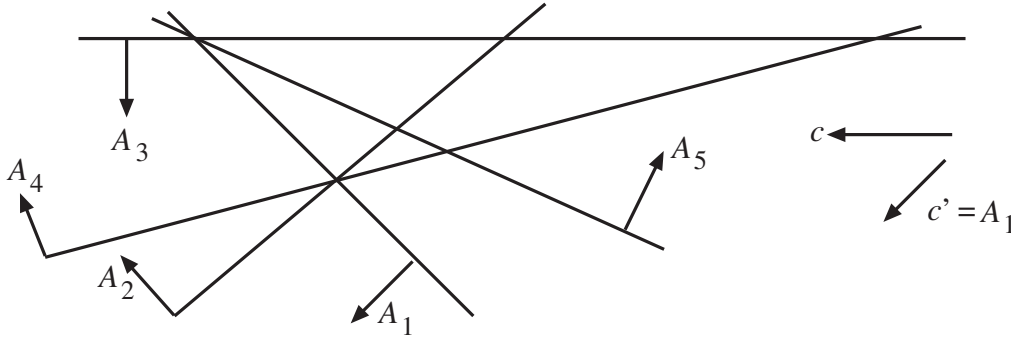
**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2020/21)**

**Nome:**

**Cognome:**

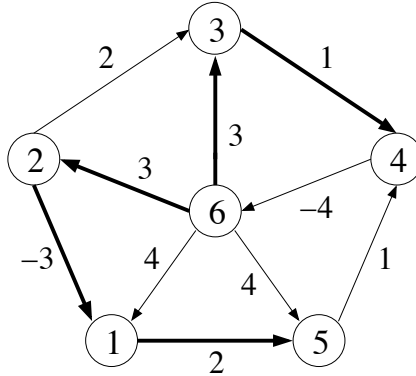
**Matricola:**

1) Si risolva il problema di  $PL$  in figura, per via geometrica, utilizzando l'algoritmo del Simpleso Duale a partire dalla base  $B = \{1, 2\}$ . Per ogni iterazione si indichino la base, la soluzione di base primale (in figura), l'indice entrante  $k$ , il segno delle componenti dei vettori  $y_B$  e  $\eta_B$ , e l'indice uscente  $h$ , giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Si specifichi infine come cambierebbe lo svolgimento dell'esercizio se il gradiente della funzione obiettivo fosse il vettore  $c'$  riportato in figura.



2) a) Dato il grafo orientato in figura, si verifichi se l'albero  $T$  evidenziato sia un albero dei cammini minimi di radice 6. In caso di risposta negativa, si modifichi il costo di uno o più archi del grafo in modo che  $T$  diventi l'unico albero dei cammini minimi di radice 6. Giustificare le risposte.

b) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice  $r$  su un generico grafo orientato  $G = (N, A)$ . Si dimostri che nessun vettore di etichette può soddisfare le condizioni di Bellman qualora nel grafo sia presente un ciclo orientato di costo negativo.



3) La società *FastLog* deve progettare una rete logistica. L'insieme  $N$  dei nodi della rete è prestabilito. Dato un insieme  $A$  di collegamenti (ovvero archi orientati) potenzialmente utilizzabili, *FastLog* deve invece decidere quali di questi attivare, con l'obiettivo di inviare un dato prodotto da un nodo sorgente  $s \in N$  a un nodo destinazione  $t \in N$  lungo la rete, una volta progettata. Per ogni collegamento  $(i, j) \in A$  che decida di attivare, *FastLog* deve pagare un costo fisso di attivazione  $f_{ij}$ . Inoltre, *FastLog* deve pagare un costo  $c_{ij}$  per ogni unità di prodotto inviato lungo  $(i, j)$ .

Sapendo che ogni collegamento  $(i, j)$ , se attivato, ha una capacità pari a  $u_{ij}$ , e sapendo che *FastLog* ha un budget complessivo pari a  $C$  (sia per i costi fissi che per i costi di invio), si proponga un modello PLI che aiuti *FastLog* a decidere quali archi attivare, e come inviare il prodotto lungo gli archi attivati, in modo da massimizzare il numero di unità inviate da  $s$  a  $t$ , nel rispetto della capacità dei collegamenti attivati e non sforando il budget disponibile per il progetto della rete.

Come cambierebbe la formulazione proposta nel caso in cui, invece di dover pagare un costo fisso di attivazione  $f_{ij}$  per ogni collegamento  $(i, j)$  attivato, *FastLog* dovesse decidere di quanti moduli di capacità dotare ogni collegamento  $(i, j)$  (eventualmente zero, se non lo si vuole attivare), sapendo che in commercio sono disponibili moduli standard di capacità  $u$  al costo unitario  $f$ ?