

Linguaggi di programmazione

Compitino I – 20 Aprile 2022

[Ex. 1] Supponiamo di aggiungere a IMP il comando **repeat** c **until** b , a cui semantica denotazionale è definita ricorsivamente come:

$$\mathcal{C}[\mathbf{repeat} \ c \ \mathbf{until} \ b]\sigma = (\lambda\sigma'. \mathcal{B}[b]\sigma' \rightarrow \sigma', \mathcal{C}[\mathbf{repeat} \ c \ \mathbf{until} \ b]\sigma')^* (\mathcal{C}[c]\sigma)$$

1. Definire la semantica operativa del nuovo costrutto.
2. Estendere la prova di determinatezza della semantica operativa tenendo conto del nuovo costrutto.
3. Definire la funzione $\Gamma_{c,b}$ tale che $\mathcal{C}[\mathbf{repeat} \ c \ \mathbf{until} \ b] = fix \ \Gamma_{c,b}$.
4. Calcolare la semantica denotazionale di **repeat** $x := x + 1$ **until** **true**.

[Ex. 2] Consideriamo il OPC $\perp \mathcal{D} \stackrel{\text{def}}{=} (\wp(\mathbb{N}), \subseteq)$ e la funzione $f : \wp(\mathbb{N}) \rightarrow \wp(\mathbb{N})$ tale che $f(X) \stackrel{\text{def}}{=} \{y \mid \exists x \in X. y \leq x\}$, dove \leq è l'ordinamento totale \mathbb{N} .

1. f è monotona?
2. f è continua?
3. Qual'è il minimo punto fisso di f ? La funzione f ha altri punti fissi?

[Ex. 3] Dato il predicato $genitore(X, Y)$ che indica che X è genitore di Y che descrive la relazione di genitore relativa ad un albero genealogico :

definire il predicato $parenti(X, Y)$, che stabilisce se X ed Y appartengono allo stesso albero genealogico.

[Ex. 4] Consideriamo i seguenti termini HOFL

$$t_0 \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{rec} \ f. \lambda x. \mathbf{if} \ x \ \mathbf{then} \ (x, f \ x) \ \mathbf{else} \ (f \ x, x)$$
$$t_1 \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{rec} \ f. \lambda x. \mathbf{if} \ x \ \mathbf{then} \ (x, \mathbf{snd}(f \ x)) \ \mathbf{else} \ (x, x)$$

Sono ben tipati? Quale'è il loro tipo principale?