

Laboratorio di Calcolo Numerico

Usare Matlab® per svolgere i seguenti esercizi.

- Formulare una congettura circa la somma della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$$

- Dall'analisi è noto che

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Sommare i termini a secondo membro per $x = 10$ fino a quando la somma non cambia più e confrontare il risultato con $\exp(10)$. Stessa domanda per $x = -10$.

- Con quali comandi si pu costruire una matrice $A = (a_{ij})$ di dimensioni 5×10 tale che $a_{ij} = 0$ se $2 \leq i \leq 4$ e $2 \leq j \leq 9$ e tale che $a_{ij} = 1$ altrimenti.
- Utilizzando in modo opportuno il comando `primes` costruire una matrice 10×10 i cui elementi siano i primi 100 numeri primi disposti in ordine crescente per riga.
- Trovare una soluzione del sistema lineare

$$\begin{cases} 4x + 2y + z - v - 5w = 22 \\ -3x - y + 2z + 4v - 2w = -3 \\ x - 5y + 4z + 4v + 3w = -6 \\ -x + 3y + 2z - v - 5w = 11 \\ 3x - y - 4z + 3v - 4w = 16 \end{cases}$$

Oltre a quella trovata vi sono altre soluzioni?

- Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 3} - \frac{1}{x^2 + 0.1}$$

nell'intervallo $[0, 10]$.

- Si osserva che usando `plot` per tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 50 + 40 \sin x + \frac{e^x}{20}$$

nell'intervallo $[0, 20]$, si ottiene un risultato piuttosto scadente. Per quale motivo? Come si può ottenere un grafico più informativo?

- Costruire il vettore v tale che $v(k) = 1/k$ per $k = 1 : 100$. Calcolare il vettore w i cui elementi siano le somme cumulative di v . Plottare su uno stesso grafico i punti di coordinate $(k, w(k))$ e $(k, \log(k))$ per $k = 1 : 100$. Cosa si osserva?
- Si scriva uno script assegnato un numero x calcoli i primi 100 elementi della successione

$$\begin{cases} v(1) = x \\ v(k+1) = \cos v(k) \quad k \geq 1, \end{cases}$$

e li plotti. Si dovrebbe notare che gli elementi calcolati si stabilizzano progressivamente fino a diventare tutti uguali da un certo indice in poi. Scrivere una function che ricevuto in ingresso x calcola gli elementi della successione fino a quando necessario al fine di restituire in uscita il primo indice k per cui $v(k)$ e $v(k+1)$ risultano uguali (suggerimento: l'operatore "diverso da" si scrive $\sim=$). Quale valore viene restituito dalla funzione per $x = 0$?

- Scrivere una function che ricevuti in ingresso due vettori di uguale lunghezza il primo dei quali contenga i voti in trentesimi riportati negli esami sostenuti da uno studente ed il secondo il numero di crediti del corrispondente esame, calcoli il numero di punti su 110 con cui lo studente accede all'esame di laurea, troncando eventuali decimali (suggerimento: può risultare utile utilizzare la funzione predefinita `floor`).