Esercizi

Esercizio 1

Il minimo in uno heap di massimo risiede in una foglia. Perché? Sfruttando questa proprietà, progettare un algoritmo che restituisca l'elemento minimo di uno heap di massimo, e calcolarne la complessità.

Esercizio 2

Progettare un algoritmo che verifichi se gli elementi memorizzati in un array soddisfano la proprietà di heap di minimo.

Esercizio 3

Sia H uno heap di massimo di dimensione n, e Δ un numero reale positivo o negativo. Progettare un algoritmo Cambia (H, i, Δ) che modifica la chiave contenuta in H[i] come $H[i] = H[i] + \Delta$.

Esercizio 4

Si consideri un max-heap **ternario** di *n* nodi e altezza *h* definito con le seguenti proprietà:

- (1) per $0 \le i \le h$ ci sono 3^i nodi al livello i;
- (2) tutte le foglie nell'ultimo livello sono ammassate a sinistra;
- (3) la chiave memorizzata in ogni nodo è maggiore di (o uguale a) quella dei suoi figli.
- Descrivere un'implementazione efficiente dell'heap ternario tramite un array A, indicando le formule per calcolare la posizione del padre, del primo, del secondo e del terzo figlio di un nodo i.
- Descrivere e analizzare le implementazioni delle operazioni Heap-Extract-Max(A) e Max-Heap-Insert(A, key) per il max-heap ternario.

Esercizio 5

Progettare un algoritmo che, ricevuto in input un intero k e un array A di n elementi distinti, restituisce il k-esimo elemento più piccolo in A.

- Progettare una soluzione di costo in tempo $O(n \log n)$.
- Progettare una soluzione di costo in tempo $O(n + k \log n)$.
- Progettare una soluzione di costo in tempo $O(n \log k)$ che usi uno heap su k elementi.